

ÖRNEK 1:

$$a > 0$$

$$b < 0$$

olduğuna göre, $\sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(2a-b)^2}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2a + 3b$ B) $2b - 3a$ C) $2b - a$
D) $-2a$ E) $-a$

(ÖSS -1999)

ÇÖZÜM 1:

$$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & ; \text{ n tek ise} \\ |x| & ; \text{ n çift ise} \end{cases} \text{ olduğundan}$$

$\sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(2a-b)^2}$ ifadesi kök ile kuvvet sadeleşirken mutlak değerli çıkar.

Yani $|b-a| - |2a-b|$ dir.

Koşula uygun a ve b değerleri için

$b-a < 0$ ve $2a-b > 0$ olacağından

$$|b-a| = -b+a$$

$$|2a-b| = 2a-b \text{ olur.}$$

O halde

$$|b-a| - |2a-b| = -b+a - (2a-b)$$

$$= -\cancel{b} + a - 2a + \cancel{b}$$

$$= -a \text{ sonucu elde edilir.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 2:

$$|x+2| \leq 4$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 13 B) 9 C) 8
D) 7 E) 6

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 2:

$$|x| \leq a \text{ ise } -a \leq x \leq a \text{ dir.}$$

Buna göre

$$|x+2| \leq 4 \text{ ise}$$

$$-4 \leq x+2 \leq 4$$

$$-6 \leq x \leq 2 \text{ dir.}$$

x in alabileceği tamsayı değerleri

$$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

olmak üzere 9 tane bulunur.

Yanıt: B

ÖRNEK 3:

$|x| \leq 6$ olduğuna göre, $x - 2y + 2 = 0$ koşulunu sağlayan kaç tane y tam sayısı vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

(ÖSS -2000)

ÖRNEK 4:

$x + 2|x| - 4 = 0$ denklemini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{-16}{3}$
D) $\frac{-8}{3}$ E) $\frac{-4}{5}$

(ÖSS -2000)

ÇÖZÜM 3:

$$|x| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq x \leq 6 \text{ olur.}$$

$$x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow x = 2y - 2 \text{ dir.}$$

x değerini ilk ifadede yerine yazarsak;

$$-6 \leq 2y - 2 \leq 6$$

$$-6 + 2 \leq 2y - \cancel{2} + \cancel{2} \leq 6 + 2$$

$$-4 \leq 2y \leq 8$$

$$-\frac{4}{2} \leq \frac{2y}{2} \leq \frac{8}{2}$$

$$\boxed{-2 \leq y \leq 4}$$

$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ olmak üzere 7 tane y tam sayısı vardır.

Yanıt: A

ÇÖZÜM 4:

$$x > 0 \Rightarrow |x| = x$$

$$x + 2 \cdot |x| - 4 = 0$$

$$x + 2 \cdot x - 4 = 0$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$x + 2 \cdot |x| - 4 = 0$$

$$x - 2 \cdot x - 4 = 0$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

$$\text{Ç.K} = \left\{-4, \frac{4}{3}\right\}$$

$$-4 + \frac{4}{3} = -\frac{8}{3}$$

Yanıt : D

ÖRNEK 5:

$x < 0 < y$ olduğuna göre,

$$\frac{3 \cdot |x - y|}{|y + |x||}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3x$ B) $-3y$ C) $3(x+y)$
D) -3 E) 3

(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 5:

$x < 0$ ise $|x| = -x$ ve $|y + |x|| = |y - x|$ olur.

$|x - y| = |y - x|$ olacağından

$$\frac{3 \cdot |x - y|}{|y - x|} = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 6:

$|x - 4| + |x| = 8$ denklemini sağlayan

x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 10

(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 6:

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$ ve $x = 0$ kritik noktalarıdır.

I. durum : $x < 0 \Rightarrow -x + 4 + x = 8$

$x = -2$ bulunur.

II. durum : $0 \leq x < 4 \Rightarrow -x + 4 + x = 8$

$4 = 8$

($4 \neq 8$ olduğundan bu arada çözüm yok)

III. durum $x \geq 4 \Rightarrow x - 4 + x = 8$

$x = 6$ bulunur.

$-2 + 6 = 4$ elde edilir.

Yanıt: B

ÖRNEK 7:

$|x - 3| + |6 - 2x| = 12$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 6
D) 7 E) 12

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 7:

$$|x - 3| + |2(3 - x)| = 12$$

$$|x - 3| + 2|3 - x| = 12 \quad |-a| = |a| \text{ olduğundan,}$$

$$|3 - x| = |x - 3| \text{ dir.}$$

$$3|x - 3| = 12$$

$$|x - 3| = 4$$

$$x - 3 = 4 \Rightarrow x_1 = 7$$

$$x - 3 = -4 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

Yanıt: C

ÖRNEK 8:

$$1 < x < 4 \text{ ise}$$

$$\sqrt{x^2 - 8x + 16} + 1 = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$
D) 3 E) $\frac{7}{2}$

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 8:

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{ olduğundan}$$

$$(\sqrt{x - 4})^2 + 1 = \sqrt{(x - 1)^2}$$

$$|x - 4| + 1 = |x - 1|$$

$$-x + 4 + 1 = x - 1$$

$$6 = 2x$$

$$3 = x$$

Yanıt: D

ÖRNEK 9:

$$|x| < 6 \text{ ise}$$

$$\sqrt{x^2 - 12x + 36} + |3x - 19| + |4x + 25|$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 16 B) 21 C) 50
D) 63 E) 69

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 9:

$$|x| < 6 \Rightarrow -6 < x < 6 \text{ dir.}$$

$$\sqrt{x^2 - 12x + 36} = \sqrt{(x - 6)^2} = |x - 6|$$

olmak üzere yerine yazılırsa;

$$\begin{array}{ccc} - & - & + \\ |x - 6| + |3x - 19| + |4x + 25| \end{array}$$

$$-x + 6 - 3x + 19 + 4x + 25 = 50 \text{ olur.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 10:

x sıfırdan farklı reel sayı ve

$$2\sqrt{x^2} - |x| + x = 0 \text{ ise}$$

aşağıdakilerden hangisi negatif olur?

- A) $-x^3$ B) x^4 C) $-x^5$
D) $-3x$ E) x^3

ÇÖZÜM 10:

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{ olacağından;}$$

$$2|x| - |x| = -x$$

$$|x| = -x \text{ ise}$$

$$x < 0 \text{ dir.}$$

Negatif bir sayının üçüncü kuvveti daima negatiftir.

Yanıt: E

ÖRNEK 11:

$$a^2 \cdot b^2 > 0 \quad \text{ve} \quad \frac{a}{b} < 0 \quad \text{ise}$$

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - (b - a) \quad \text{ifadesinin eşiti}$$

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2a B) -2a C) -2b
D) -2a + 2b E) 0

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 11:

$$a^2 \cdot b^2 > 0 \quad \text{ifadesinde} \quad a^2 \text{ daima pozitif olacağından}$$

$$b > 0 \quad \text{dır.}$$

$$\frac{a}{b} < 0 \quad \text{ise} \quad a < 0 \quad \text{dır.}$$

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(b - a)^2}$$

$$|a| + |b| - |b - a| \quad \text{şeklinde yazılıp}$$

$$-a + b - b + a = 0 \quad \text{bulunur.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 12:

$$x < y < 0 < z \quad \text{ise}$$

$$\frac{|2y| - |x| + |x - 2z| - |z - y|}{|z - x| - |x - y|}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) x + y C) x - z
D) y + 2z E) 1

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 12:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases} \quad \text{ise} \quad \text{olduğundan}$$

$$x < y < 0 < z \quad \text{sıralamasından}$$

$$|2y| = -2y, \quad |x| = -x,$$

$$|x - 2z| = -x + 2z, \quad |z - y| = z - y,$$

$$|z - x| = z - x \quad \text{ve}$$

$$x < y \Rightarrow x - y < 0 \quad \text{olacağından}$$

$$|x - y| = -x + y \quad \text{dir.}$$

Verilen ifadede yerine yazılırsa

$$\frac{-2y + x - x + 2z - z + y}{z - x + x - y} = \frac{z - y}{z - y} = 1$$

elde edilir.

Yanıt: E

ÖRNEK 13:

$$|2x - 1| \leq 5$$

$|x + 1| \geq 3$ sistemini sağlayan

x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 13:

$$|x| \leq b \Rightarrow -b \leq x \leq b \quad \text{ve}$$

$$|x| \geq b \Rightarrow x \geq b \quad \text{veya} \quad x \leq -b \quad \text{dir.}$$

$$-5 \leq 2x - 1 \leq 5$$

$$-4 \leq 2x \leq 6$$

$$\boxed{-2 \leq x \leq 3} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$x + 1 \geq 3 \quad \text{veya} \quad x - 1 \leq -3$$

$$\boxed{x \geq 2}$$

$$\boxed{x \leq -4}$$

②

① ve ② sistemlerinin ortak çözüm kümesi alınır

$$x \in \{2, 3\} \quad \text{bulunur.}$$

$$2 + 3 = 5 \quad \text{dir.}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 14:

$$|x - 2| < 5 \quad \text{ve} \quad 2x + y - 3 = 0 \quad \text{ise}$$

y nin alacağı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -15 C) -16
D) -19 E) -21

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 14:

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a \quad \text{olduğundan;}$$

$$|x - 2| < 5 \Rightarrow -5 < x - 2 < 5 \quad (\text{her tarafa} \\ 2 \text{ eklersek})$$

$$-3 < x < 7 \quad \text{olur.}$$

$$2x + y - 3 = 0 \Rightarrow 2x = -y + 3$$

$$x = \frac{-y + 3}{2}$$

değeri yerine yazılırsa,

$$-3 < \frac{-y + 3}{2} < 7 \quad (\text{her tarafı 2 ile çarparsak})$$

$$-6 < -y + 3 < 14 \quad (\text{her taraftan 3 çıkarırsak})$$

$$-9 < -y < 11 \quad (- \text{ ile çarparsak eşitsizlik yön} \\ \text{değiştirir.})$$

$$-11 < y < 9 \quad \text{olur. Bu da}$$

$$-10, -9, -8, \dots, 6, 7, 8 \quad \text{olur.}$$

$$-8 \text{ den } +8 \text{ 'e kadar toplam "0" olacağından;}$$

$$-10 - 9 = -19 \quad \text{olur.}$$

Yanıt: D

ÖRNEK 15:

$2^{|x+1| - 5} = 1$ eşitliğini sağlayan x sayılarının çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -10 C) -20
D) -24 E) -35

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 15 :

$a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$ olduğundan, verilen ifade $|x + 1| - 5 = 0$ olmalıdır.

Mutlak değerli denklemimizi çözersek;

$$\begin{array}{l} |x + 1| = 5 \\ 5 \\ -5 \end{array}$$

$$x + 1 = 5 \quad \text{veya} \quad x + 1 = -5$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -6 \quad \text{elde edilir ki;}$$

bizden istenen çarpım -24 olur.

Yanıt: D

ÖRNEK 16:

$|a| - 6 = 9$ denklemini sağlayan a değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -225 B) -150 C) -125
D) -120 E) -100

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 16:

Mutlak değeri 9 olan sayılar -9 veya 9 dur.

$$|a| - 6 = -9 \quad \vee \quad |a| - 6 = 9 \quad \text{olmalıdır.}$$

$$|a| = -3 \quad \vee \quad |a| = 15$$

$$a = 15 \quad \text{veya} \quad a = -15 \quad \text{olur.}$$

$$15 \cdot (-15) = -225 \quad \text{dir.}$$

Yanıt: A

ÖRNEK 17:

$0 < x < 4$ için $\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x}}$ in eđiti

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-4}{2}$ B) $\frac{x+4}{2x}$ C) $\frac{4-x}{4x}$
 D) $\frac{x+4}{4x}$ E) $\frac{4-x}{4}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 17:

Verilen ifadeyi;

$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x}}$ şeklinde düzenlersek

kök içi $(a^2 - 2ab + b^2)$ řekline dönüşür ki bu da $(a - b)^2$ olur.

O halde $\sqrt{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x}\right)^2} = \left|\frac{1}{4} - \frac{1}{x}\right|$ dir.

Buradan da $\left|\frac{x-4}{4x}\right|$ bulunur.

$0 < x < 4$ olduğundan $x - 4 < 0$ dır.
 $|x - 4| = 4 - x$ çıkar.

O zaman sonuç $\frac{4-x}{4x}$ olur.

Yanıt: C

ÖRNEK 18:

$3 < |2x - 5| < 9$ eşitsizliğini sağlayan x 'in kaç tane pozitif tam sayı değeri vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3
 D) 2 E) 1

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 18:

$$a < |x| < b \Rightarrow \begin{cases} a < x < b \\ a < -x < b \end{cases} \text{ olacağından}$$

$3 < |2x - 5| < 9$ işlemini iki aşamada çözelim;

I. durum

$$\begin{aligned} 3 < 2x - 5 < 9 \\ 3 + 5 < 2x < 9 + 5 \\ 4 < x < 7 \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Eşitsizliğin her} \\ \text{tarafına 5 ekleyip} \\ 2 \text{ ye bölersek} \end{array} \right)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{aligned} 5 \\ 6 \end{aligned}$$

II. durum

$$\begin{aligned} 3 < -2x + 5 < 9 \\ 3 - 5 < -2x < 9 - 5 \\ -2 < -2x < 4 \\ -2 < x < 1 \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Eşitsizliğin her} \\ \text{tarafından 5 çıkartıp} \\ -2 \text{ ye bölersek} \end{array} \right)$$

aralığından pozitif tam sayı gelmeyecektir.

O halde çözüm kümesine sadece 5 ve 6 alınacağından cevap 2 olur.

Yanıt: D