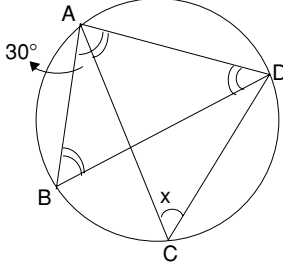


GEOMETRİ

ÇEMBERDE AÇI VE UZUNLUK

ÖRNEK 1:



A, B, C, D noktaları çember üzerinde

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{CAD})$$

$$m(\widehat{BAC}) = 30^\circ, \quad m(\widehat{ACD}) = x$$

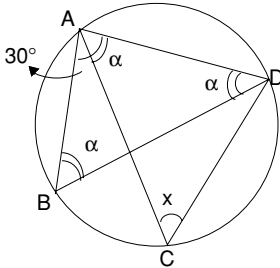
Yukarıdaki verilere göre,

$$m(\widehat{ACD}) = x \quad \text{kaç derecedir?}$$

- A) 40 B) 50 C) 60
D) 70 E) 80

(ÖSS 2000)

ÇÖZÜM 1:



$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{ADB}) = \alpha$$

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ACD}) = \alpha = x \text{ dir.}$$

Aynı yayı gören çevre açıları eşittir.

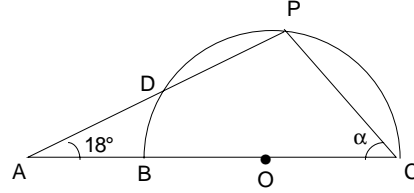
$$ABD \text{ üçgeninde } 30^\circ + \alpha + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$3\alpha = 150 \text{ ve } \alpha = 50^\circ \text{ olur.}$$

$$x = \alpha \text{ olduğundan } x = 50^\circ \text{ bulunur.}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 2:



O merkezli $[BC]$ çaplı yarım çemberin PD keseni, BC doğrusunu şekildeki gibi A noktasında kesmektedir.

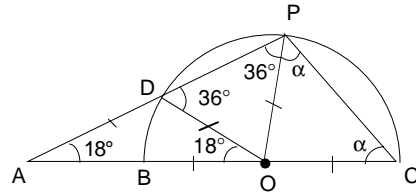
$$|AD| = |BO| \text{ ve } m(\widehat{PAC}) = 18^\circ \text{ olduğuna göre,}$$

$$m(\widehat{ACP}) = \alpha \quad \text{kaç derecedir?}$$

- A) 51 B) 54 C) 57
D) 60 E) 63

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 2:



Yarıçap uzunlukları eşit olduğundan

POD, POC ve ADO üçgenleri ikizkenar üçgenlerdir.

Buna göre $m(\widehat{AOD}) = 18^\circ$ olur.

ADO üçgeninin bir dış açısı kendisine komşu olmayan iki açının toplamına eşit olduğundan

$$m(\widehat{PDO}) = 36^\circ \text{ dir. } POD \text{ üçgeni ikizkenar olduğuna göre, } m(\widehat{DPO}) = 36^\circ \text{ olur. } APC \text{ üçgeninin iç açıları toplamını } 180^\circ \text{ ye eşitleyelim.}$$

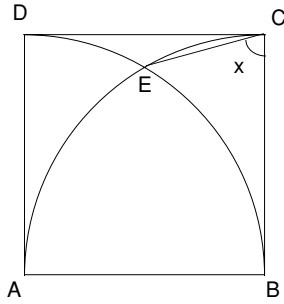
$$18^\circ + 36^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$2\alpha + 54^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 126^\circ \Rightarrow \alpha = 63^\circ \text{ olur.}$$

Yanıt: E

ÖRNEK 3:



ABCD bir kare, $m(\widehat{ECB}) = x$

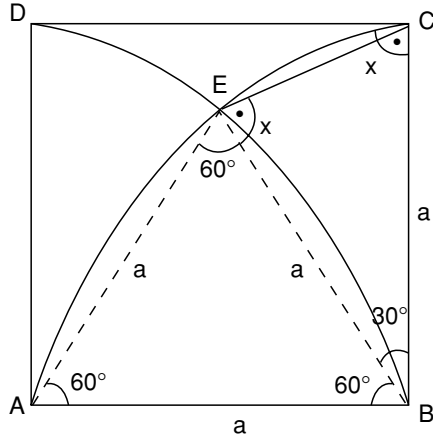
Şekildeki E noktası, A ve B merkezli $|AB|$ yarıçaplı çember yaylarının kesim noktasıdır.

Buna göre, x kaç derecedir?

- A) 55 B) 60 C) 65
D) 70 E) 75

(2001 - ÖSS)

ÇÖZÜM 3:



AEB üçgenini oluşturursak

$|AE| = |AB| = |BE| = a$ br olur.

EAB üçgeni eşkenar ve BEC ikizkenar üçgen olur.

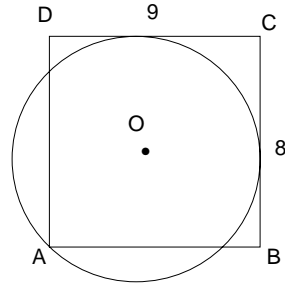
$m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{ECB}) = x$ ve

$m(\widehat{BEC}) = 30^\circ$ bulunur.

$2x + 30 = 180^\circ$ den $x = 75^\circ$ bulunur.

Yanıt: E

ÖRNEK 4:



$|DC| = 9 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$

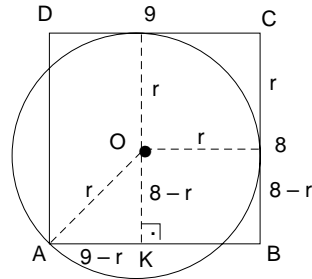
Kenarları 9 cm ve 8 cm olan ABCD dikdörtgeninin A köşesinden geçen O merkezli çember bu dikdörtgenin [BC] ve [DC] kenarlarına şekildeki gibi teğettir.

Buna göre, çemberin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 6
D) 5 E) 2

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 4:



Şekilde $|KB| = r$ olduğuna göre

$|AK| = 9 - r$ olmalıdır.

AKO üçgeninde pisagor teoremini uygularsak,

$$(8 - r)^2 + (9 - r)^2 = r^2$$

$$64 - 16r + r^2 + 81 - 18r + r^2 = r^2$$

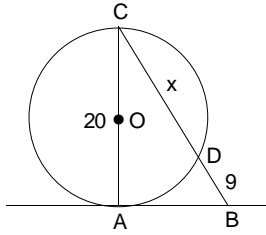
$$r^2 - 34r + 145 = 0$$

$$(r - 29)(r - 5) = 0$$

Yarıçap 8 den büyük olmayacağına göre $r = 5 \text{ cm}$ olur.

Yanıt: D

ÖRNEK 5:


$$|AC| = 20 \text{ cm} , \quad |BD| = 9 \text{ cm} , \quad |CD| = x$$

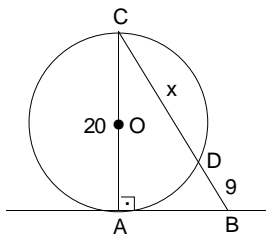
Şekildeki [AC] çaplı çemberin, A daki teğetine ait B noktasını C ye birleştiren doğru, çemberi D de kesmektedir.

Buna göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?

- A) 18 B) 16 C) 15
D) 14 E) 12

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 5:



Çemberin merkezinden indirilen doğru teğet
değme noktasında diktir. Dış kuvvet teoreminden,
 $|AB|^2 = 9 \cdot (9 + x) = 81 + 9x$ dir.

ABC üçgeninde pisagor teoremini uygularsak,

$$20^2 + |AB|^2 = (9 + x)^2$$

$$400 + 81 + 9x = 81 + 18x + x^2$$

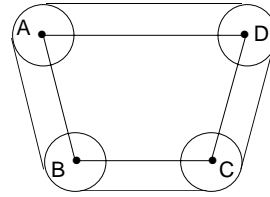
$$x^2 + 9x - 400 = 0$$

$$(x + 25)(x - 16) = 0$$

$$\Rightarrow x = 16 \text{ cm olur.}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 6:



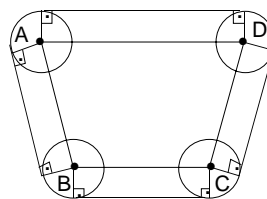
A, B, C ve D bir düzlemin dört noktası olmak üzere, merkezleri bu noktalar olan 3 cm yarıçaplı dört makara, şekildeki gibi bir iple sıkıca çevrilmiştir.

ABCD dörtgeninin çevresi 47π cm olduğuna göre, ipin uzunluğu kaç cm dir?

- A) 50π B) 51π C) 53π
D) 56π E) 60π

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 6:



Kesikli çizgi ile gösterilen çember yayları dışında kalan ipin uzunluğu ABCD dörtgeninin çevresine eşit ve 47π cm dir.

Çember yaylarının uzunlukları toplamı da bir tam çember oluşturur.

Oluşan bu çemberin çevresi de $2\pi r = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ olur. O halde ipin toplam uzunluğu $47\pi + 6\pi = 53\pi$ olur.

Yanıt: C

ÖRNEK 7:

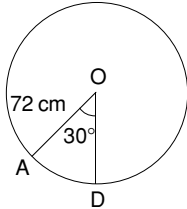
Bir saat kulesindeki saatin akrebinin uzunluğu 72 cm dir.

Bu akrebin ucu 1 saatte kaç cm yol alır?

- A) 12π B) 10π C) 8π
D) 6π E) 4π

(ÖSS - 1999)

ÇÖZÜM 7 :



Akrep 1 saatte 60 dakikanın 12'de biri kadar, başka bir deyişle 360° nin 12'de biri yani 30° lik yol alır.

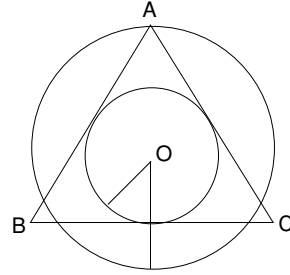
Bize sorulan, şekildeki AD yayının uzunluğudur. Yani çemberin çevresinin 12'de biri alınan yoldur. O halde akrebin ucunun aldığı yol,

$$2\pi \cdot r \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} = 2\pi \cdot 72 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= 12\pi \text{ cm olur.}$$

Yanıt : A

ÖRNEK 8 :



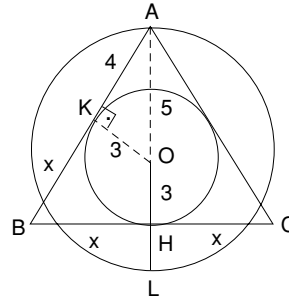
Şekilde, O merkezli, yarıçapları 3 cm ve 5 cm olan iki çember verilmiştir. ABC ikizkenar üçgeninin A köşesi dıştaki çemberin üzerinde, kenarları da içteki çembere teğettir.

$|AB| = |AC|$ olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

- A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{2}$ C) 9
D) 10 E) 12

(ÖSS - 2000)

ÇÖZÜM 8 :



Merkezden teğetlerin değme noktalarına çizilen doğrular teğete diktir. Küçük çemberin yarıçapı 3, büyük çemberin yarıçapı 5 olduğundan bir AKO (3, 4, 5) üçgeni oluşur.

Bu durumda $|AK| = 4$ cm dir.

$|BK| = |BH| = |HC| = x$ deyip, ABH üçgeninde pisagor teoremini uygulayalım.

$$8^2 + x^2 = (4 + x)^2$$

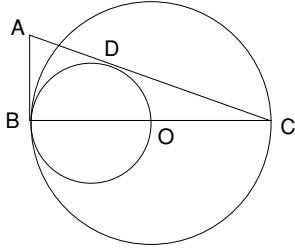
$$64 + x^2 = 16 + 8x + x^2$$

$$8x = 48 \Rightarrow x = 6 \text{ cm olur.}$$

$$|BC| = 2x = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm olarak bulunur.}$$

Yanıt : E

ÖRNEK 9 :



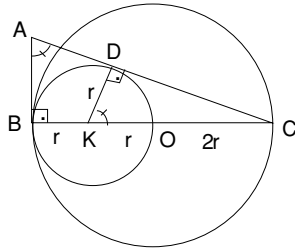
Şekildeki [BO] çaplı çember, O merkezli ve [BC] çaplı çembere B noktasında içten teğettir.

AB doğrusu her iki çembere B noktasında teğet, AC doğrusu da içteki çembere D noktasında teğet olduğuna göre, $\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{7}$

(ÖSS - 2000)

ÇÖZÜM 9:



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{KDC}) = 90^\circ$ (teğet değme noktasındaki yarıçapa diktir.)

$\triangle DKC \sim \triangle BAC$ de benzerlik oranları yazılırsa,

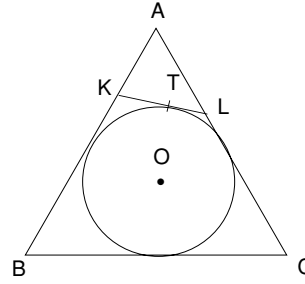
$$\frac{|DC|}{|BC|} = \frac{|DK|}{|AB|} = \frac{|KC|}{|AC|}$$

$$\frac{|DC|}{4r} = \frac{r}{|AB|} = \frac{3r}{|AC|} \Rightarrow \frac{r}{|AB|} = \frac{3r}{|AC|} \text{ ve}$$

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt: B

ÖRNEK 10 :



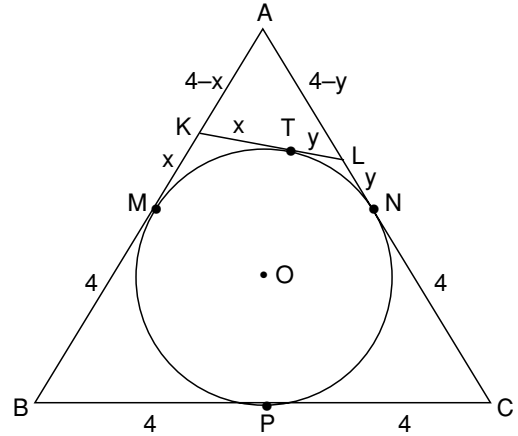
Şekildeki O merkezli çembere ABC eşkenar üçgeninin iç teğet çemberi ve [KL] bu çembere T noktasında teğettir.

ABC eşkenar üçgeninin çevresinin uzunluğu 24 cm ise, AKL üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç cm dir?

- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

(ÖSS - 2001)

ÇÖZÜM 10:



Çevre (ABC) = 24 cm ise $|BC| = a = 8$ cm dir.

M, N, P eşkenar üçgenin kenar orta noktalarıdır.

$$|MK| = |KT| = x \text{ cm}$$

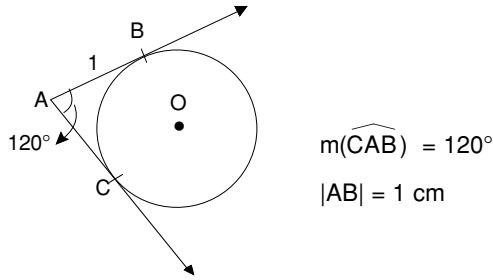
$$|TL| = |LN| = y \text{ cm alınır}$$

$$|AK| = 4 - x \text{ cm ve } |AL| = 4 - y \text{ cm olur.}$$

$$\text{Çevre (AKL)} = 4 - x + 4 - y + x + y = 8 \text{ cm}$$

Yanıt: C

ÖRNEK 11:



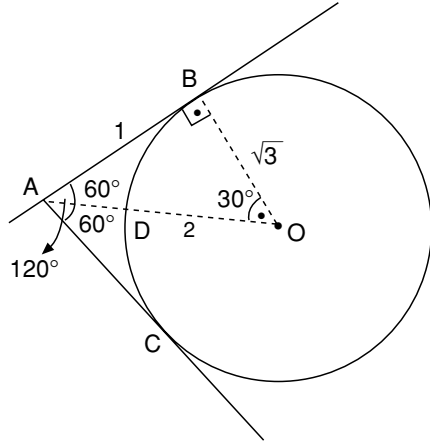
Şekildeki [AB] ışını O merkezli çembere B noktasında [AC] ışını da C noktasında teğettir.

Buna göre, A noktasının çembere uzaklığı (en kısa) kaç cm dir?

- A) $2 - \sqrt{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 D) $\sqrt{3} - 1$ E) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(Kavram Dersaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 11:



AOB üçgenini oluşturursak [AO] açıortaydır.
 $m(\widehat{BAO}) = m(\widehat{CAO}) = 60^\circ$ ve $[OB] \perp [AB]$ dir.
 (Teğet, değme noktasındaki yarıçapa diktir.)
 $m(\widehat{AOB}) = 30^\circ$ bulunur.

AOB üçgeninde $|AB| = 1$ br ise

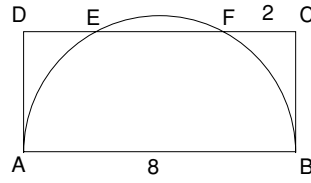
$|AO| = 2$ br ve $|OD| = |OB| = \sqrt{3}$ br olur.

$|AD| = |OA| - |OD|$ ve

$|AD| = 2 - \sqrt{3}$ br bulunur.

Yanıt: A

ÖRNEK 12:



$|FC| = 2 \text{ br}$, $|AB| = 8 \text{ br}$

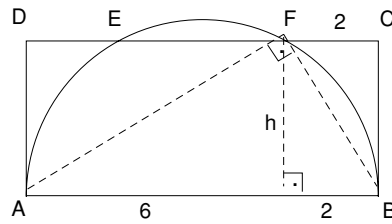
Şekildeki [AB] çaplı yarım çember ABCD dikdörtgeninin [DC] kenarını E ve F noktalarında kesmektedir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 32 B) $32\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{3}$
 D) $16\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{6}$

(ÖSS - 2000)

ÇÖZÜM 12:



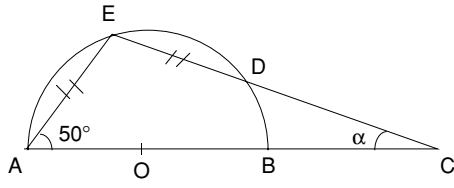
$[FH] \perp [AB]$ çizelim. $|HB| = 2 \text{ cm}$ $|AH| = 6 \text{ cm}$ olur.
 FAB dik üçgeninde $m(\widehat{AFB}) = 90^\circ$ (çapı gören çevre açısı) $|FH| = |BC| = h$ ve öklit bağıntısı uygulanırsa

$h^2 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$ ve $h = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ bulunur.

A (ABCD) = $|AB| \cdot |BC| = 8 \cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ bulunur.

Yanıt: C

ÖRNEK 13:



O merkezli yarım çemberde $|AE| = |ED|$

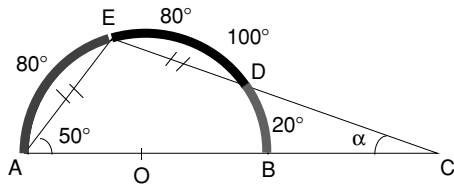
$m(\widehat{EAB}) = 50^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{C}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 35
D) 40 E) 45

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 13:



$m(\widehat{EB}) = 50 \cdot 2 = 100^\circ$ dir. (çevre açısı)

$m(\widehat{AB}) = 180^\circ$ olduğundan

$m(\widehat{AE}) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ dir.

$m(\widehat{AE}) = m(\widehat{ED}) = 80^\circ$

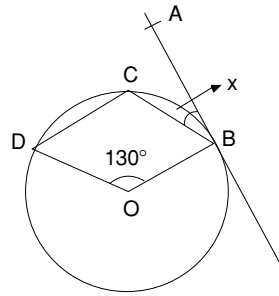
(Eşit kırışlar, eşit yaylar görür.)

$m(\widehat{DB}) = 20^\circ$ olur.

$\alpha = \frac{80^\circ - 20^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ (Dış açısı)

YANIT: B

ÖRNEK 14:



O merkezli çemberde $[DC] \parallel [OB]$ dir.

$m(\widehat{DOB}) = 130^\circ$ ve $[BA]$ çembere

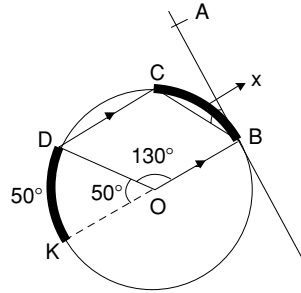
B de teğettir.

Buna göre $m(\widehat{CBA}) = x$ kaç derecedir?

- A) 10 B) 15 C) 20
D) 25 E) 30

(Kavram Dershaneleri Sorusu)

ÇÖZÜM 14:



$m(\widehat{DK}) = 50^\circ$ (merkez açısının ölçüsü
gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.)

$m(\widehat{CB}) = 50^\circ$ (paralel kırışlar arasında
kalan yaylar eşittir.)

x açısı teğet - kırış açısı olduğundan
gördüğü yayın yarısına eşittir.

$x = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$ dir.

YANIT: D